Учебное пособие по курсам лекций «Ядерная физика» и «Экспериментальные методы ядерной физики» для студентов кафедры «Биофизика».
(75 задач с решениями в помощь овладения материалами этих лекций)

I. Волновые и корпускулярные свойства частиц и электромагнитного излучения.

1. Найти релятивистское выражение для длины волны де Бройля электрона или протона, если ускоряющее напряжение равно V. При каких значениях напряжения можно пользоваться нерелятивистским выражением, чтобы ошибка не превосходила 5%. Найти λ для этих частиц при $\mathrm{V}=1, 10^2, 10^3, 10^5, 10^{10}, 10^{15}$ В.

Решение.

$\lambda=\dfrac{h}{\mathrm{p}}$. Импульс p находится по формуле $\left(\dfrac{\mathrm{m}c^2+e\mathrm{V}}{c}\right)-\mathrm{p}^2=(\mathrm{m}c)^2$, где m - масса покоя частицы. Эта формула дает $\lambda=\dfrac{h}{\sqrt{2\mathrm{m}e\mathrm{V}}}\left(1+\dfrac{e\mathrm{V}}{2\mathrm{m}c^2}\right)^{-1/2}$.

При $e\mathrm{V}<<2\mathrm{m}c^2$ приближенно

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2\mathrm{m}e\mathrm{V}}}\left(1-\frac{e\mathrm{V}}{4\mathrm{m}c^2}\right).$$

В нерелятивистском приближении

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2\mathrm{m}e\mathrm{V}}}.$$

Если $e\mathrm{V}\le\dfrac{1}{2}\mathrm{m}c^2$, то нерелятивистская формула дает ошибку, не превосходящую 5%. Для электронов это будет при $\mathrm{V}\le 100\text{кэВ}$, для протонов – при $\mathrm{V}\le 200\text{МэВ}$. Если V выражать в вольтах, λ - в нанометрах, то приближенно

$$\lambda=\sqrt{\frac{1{,}50}{\mathrm{V}}}\left(1+0{,}978\cdot10^{-6}\,\mathrm{V}\right)^{-1/2} \text{ (для электронов)}$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{8{,}2}{\mathrm{V}}}\left(1+0{,}533\cdot10^{-9}\,\mathrm{V}\right)^{-1/2}\cdot10^{-2} \text{ (для протонов).}$$

При $\mathrm{V}=1, 10^2, 10^3, 10^5, 10^{10}, 10^{15}$ В длины волн λ соответствуют
для электронов: 1,22; 0,122; 0,0387; $4{,}06\cdot10^{-3}$; $1{,}24\cdot10^{-8}$; $1{,}24\cdot10^{-13}$нм;
для протонов: $2{,}285\cdot10^{-2}$; $2{,}85\cdot10^{-3}$; $9{,}04\cdot10^{-4}$; $2{,}85\cdot10^{-4}$; $1{,}17\cdot10^{-7}$; $1{,}24\cdot10^{-12}$нм.

2. Найти массу, соответствующую энергии фотона видимого света с длиной волны $\lambda=500$ нм.

Решение.

$$\mathrm{m}=\frac{h\upsilon}{c^2}=\frac{h}{c\lambda}=0{,}44\cdot10^{-32}\text{ г}.$$

3. Какую длину волны должен иметь фотон, чтобы масса, соответствующая его энергии, была равна массе покоя электрона?

Решение.

$$\lambda=\frac{h}{\mathrm{m}c}=2{,}426\cdot10^{-3}\text{ нм}.$$

4. Показать, что свободный электрон не может излучить световой квант, так как если предположить, что электрон излучает световой квант, то не будет выполняться одновременно закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Решение.

Пусть электрон первоначально покоился и излучил фотон с импульсом $P_Ф$ и энергией $E_Ф$. После излучения импульс электрона будет $P_Э$, а энергия $E_Э$. Из закона сохранения импульса и энергии следует $P_Э + P_Ф = 0$, $E_Э + E_Ф = m_0 c^2$. С учетом соотношения $\left(\frac{E_Э}{c}\right)^2 - P_Э^2 = (m_0 c)^2$ и соотношения $E_Ф = P_Ф c$ для фотона получится $E_Ф m_0 c = 0$, где m_0 - масса покоя электрона. Таким образом $E_Ф = 0$, то есть излучение невозможно. Таким же рассуждением убеждаемся, что невозможно и поглощение. Из законов сохранения энергии и импульса $E_Э + E_Ф = m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$; $\frac{E_Ф}{c} = \frac{m_0 V}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где $\beta = \frac{V}{c}$. Отсюда следует, что β равно 0 или 1. Оба результата физического смысла не имеют.

5. Длины волн фотонов равны 0,5 мкм; 10^{-8} см и 0,02 Å. Вычислить их импульсы в эВ/c; c - скорость света.

Решение.

$$\lambda = \frac{h}{P};\ h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

2,48 эВ/c; 12,4 кэВ/c; 0,620 МэВ/c.

6. Получить выражения, связывающие кинетическую энергию и скорость частиц в релятивистском случае. Убедиться, что при $E << mc^2$ эти выражения переходят в классические. Вычислить скорость частиц при $E = mc^2$.

Решение.

Кинетическая энергия равна разности между полной энергией $W_П = mc^2 \sqrt{1-\beta^2}$ и энергией покоя mc^2. Отсюда $E = mc^2\left[\left(1-\beta^2\right)^{-1/2} - 1\right]$; $\beta = \sqrt{1 - \left(E/mc^2 + 1\right)^{-2}}$.

При $E << mc^2$, получаем $V = \sqrt{2E/m}$. При $E = mc^2$ получаем $\beta = 0{,}87$.

7. Получить выражения, связывающие кинетическую энергию и импульс частиц в релятивистском случае. Убедиться, что при $E << mc^2$ эти выражения переходят в классические.

Решение.

Полная энергия равна $E + mc^2 = mc^2/\sqrt{1-\beta^2}$. Возведем обе части этого соотношения в квадрат, прибавим и вычтем в правой части $m^2\beta^2c^4/\left(1-\beta^2\right)$ и после простых преобразований получим $pc = \sqrt{E\left(2mc^2 + E\right)}$; $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2$. При $E << mc^2$ находим $p = \sqrt{2mE}$, и, следовательно $E = p^2/2m$.

8. Вычислить импульс протона с кинетической энергией 10 МэВ и 10 ГэВ. Получить выражения для связи кинетической энергии и импульса в ультрарелятивистском случае ($E >> mc^2$).

Решение.

pc равно 137 МэВ и 10,9 ГэВ. При $E >> mc^2$ $E \approx pc$.

9. В последнее время предполагается, что протон может быть нестабилен. Одна из вероятных мод распада протона $p \to e^+ + \pi^0$. Вычислить кинетическую энергию позитрона, считая, что распадающийся протон покоится.

Решение.

$$E = c^2\left(m_p - m_{\pi^0} - m_e\right)\frac{m_{\pi^0}}{m_{\pi^0} + m_e}.$$

II. Радиоактивность.

Основной закон радиоактивного распада

$N = N_0 e^{-\lambda t}$, $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T}$, где λ - постоянная распада, τ - среднее время жизни радиоактивных ядер, T - их период полураспада.

1. Найти вероятность распада радиоактивного ядра за промежуток времени t, если его постоянная распада равна λ.

Решение.

$$1 - e^{-\lambda t}.$$

2. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего радиоизотоп ^{24}Na активностью $A = 2\cdot 10^3$ сек$^{-1}$. Активность 1 см^3 крови, взятой через t=5 часов после этого, оказалась $a = 16$сек$^{-1}$см$^{-3}$. Найти объем крови человека.

Решение.

$$V = \frac{A}{a}e^{-\lambda t} = 6\text{л}.$$

3. Период полураспада радиофосфора ^{32}P 15 дней. Найти активность препарата ^{32}P через 10, 30, 90 дней после его изготовления, если начальная активность 100 мKu.

Решение.

Активность препарата, как и число активных атомов, убывает пропорционально $e^{-\lambda t} = 2^{-t/T}$. Активность препарата ^{32}P через 10 дней после изготовления $n = n_0 \cdot 2^{-t/T} = 100\cdot 2^{-10/15} = 63$ мKu.

4. Периоды полураспада ^{238}U и ^{235}U равны соответственно $T_8 = 4{,}51\cdot 10^9$ лет и $T_5 = 0{,}713\cdot 10^9$ лет . Определить среднее время жизни этих изотопов.

Решение.

$$\frac{T_8}{\ln 2} = 6{,}45\cdot 10^9 \text{ лет}; \quad \frac{T_5}{\ln 2} = 1{,}016\cdot 10^9 \text{ лет}.$$

5. Какую скорость приобретает ядро RaB (^{218}Po), получающееся в результате распада RaA, если энергия α - частиц, излучаемых при распаде, равна 4,7 МэВ?

Решение.

$V = \frac{m}{M}\upsilon = 2{,}8\cdot 10^7$ см/с. Здесь m - масса α – частицы, υ - ее скорость, а M - масса ядра RaB.

6. Покоившееся ядро ^{213}Po испустило α – частицу с кинетической энергией T_α=8,34 МэВ. При этом дочернее ядро оказалось непосредственно в основном состоянии. Найти полную энергию, освобождаемую в этом процессе. Какую долю этой энергии составляет кинетическая энергия дочернего ядра? Какова скорость отдачи дочернего ядра?

Решение.

$Q = T(1 + m\alpha/M) = 8{,}5$МэВ; M - масса дочернего ядра; 1,88%; $\upsilon = 3{,}84\cdot 10^5$ м/с.

7. Распад ядер ^{226}Th происходит из основного состояния и сопровождается испусканием α – частиц с энергиями 6,33; 6,23; 6,10 и 6,03 МэВ. Рассчитать и построить схему уровней дочернего ядра.

Решение.

Энергии уровней: 0; 0,11; 0,24 и 0,31 МэВ

8. Определить отношение высоты центробежного барьера к высоте кулоновского барьера для α – частиц, испускаемых ядрами ^{209}Po, с орбитальным моментом $l=2$. Закруглением вершины кулоновского барьера пренебречь.

Решение.

$-\dfrac{dU_{цU}}{dr}=F=\dfrac{m_\alpha \upsilon^2}{r}=\dfrac{p_l^2}{m_\alpha r^3}$, где p_l - орбитальный момент. Интегрируя это выражение и имея в виду, что $p_l=\hbar\sqrt{l(l+1)}$, получим $U_{цб}=\dfrac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_\alpha r^2}$, искомое отношение $\dfrac{U_{цб}}{U_{кул}}=\dfrac{\hbar^2 l(l+1)}{4(z-2)e^2\, m_\alpha R}=1{,}6\cdot 10^{-2}$, R - радиус ядра.

9. Ядра ^{37}Ar испытывают K-захват, в результате которого дочерние ядра оказываются непосредственно в основном состоянии. Пренебрегая энергией связи K-электрона, определить кинетическую энергию и скорость дочернего ядра.

Решение.

$T=\dfrac{Q^2}{2Mc^2}=9{,}5э,$; Q - энергия, освобождающаяся в этом процессе; M - масса атома, $\upsilon=7\cdot 10^3$ м/с.

10. Какие скорости имеют позитрон, протон и α – частица с энергией 1 МэВ?

Решение.

$\upsilon=e\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{1+E/(mc^2)}\right)^2}$. Для позитрона $\upsilon=2{,}82\cdot 10^{10}$ см/с. В случае α – частиц и протонов $E<<mc^2$ и можно пользоваться приближенной формулой $\upsilon=c\sqrt{2E/m}$. Для протона $\upsilon\approx 1{,}4\cdot 10^9$ см/с, для α – частицы $\upsilon\approx 7\cdot 10^8$ см/с.

11. Свободное покоящееся атомное ядро массы M переходит из возбужденного состояния в основное, испуская γ - квант. Найти энергию γ - кванта и энергию отдачи R, если энергия возбуждения равнялась $E_{12}=129к29$.

Решение.

При испускании γ - кванта должны выполняться законы сохранения энергии и импульса $E_{12}=\hbar\omega+R$; $\dfrac{\hbar\omega}{c}=p_R=\dfrac{1}{c}\sqrt{R(2Mc^2+R...)}$, где p_R - импульс ядра после испускания γ - кванта. Решая эти уравнения, получим:

$R=\dfrac{E_{12}^2}{2(Mc^2+E_{12})}\approx\dfrac{E_{12}^2}{2Mc^2}=0{,}0468\,э,$, $\hbar\omega=E_{12}-\dfrac{E_{12}^2}{2Mc^2}$.

12. Свободное покоящееся атомное ядро массы M переходит в возбужденное состояние с энергией возбуждения E_{12}, поглощая γ - квант. Определить энергию γ - кванта и энергию отдачи ядра R.

Решение.

$R=\dfrac{E_{12}^2}{2Mc^2}$; $\hbar\omega=E_{12}+R$.

III. Взаимодействие излучения с веществом.

Удельные ионизационные потери энергии тяжелой заряженной частицей в веществе:

(*) $-\left(\dfrac{dE}{dx}\right)_{ион} = \dfrac{4\pi m_e q^2 e^2}{m_e \upsilon^2}\left[\ln\dfrac{2m_e\upsilon^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2\right]$, где q и υ - заряд и скорость частицы $\beta = \upsilon/c$, n_e - концентрация электронов в веществе, I≈13,5 Z эВ – средняя энергия ионизации атома вещества; Z – порядковый номер атома.

1. α – частица с кинетической энергией 25 МэВ пролетела мимо покоившегося свободного электрона с прицельным параметром $2\cdot10^{-9}$см. Найти кинетическую энергию электрона отдачи, полагая, что траектория α – частицы прямолинейная и за время пролета электрон остается неподвижным.

Решение.

$$p = 2qe/\upsilon b;\ T_e = m_\alpha q^2 e^2 / m_e b^2 T\alpha = 6\text{эВ}.$$

2. Найти с помощью формулы (*) зависимость между пробегами в среде протона и дейтона, скорости которых одинаковы. Вычислить пробег дейтона с энергией 2 МэВ в воздухе.

Решение.

Так как $-\dfrac{dE}{dx} = q^2 f(\upsilon)$, где $f(\upsilon)$ - функция скорости частицы, то пробег $R = -\int_v^0 \dfrac{dE}{q^2 f(\upsilon)} = \dfrac{m}{q^2}F(\upsilon)$, где $F(\upsilon)$ - функция, зависящая только от скорости частицы и свойств среды. Отсюда $R_d(\upsilon) = \dfrac{m_d}{m_p}R_p(\upsilon)$; $R_d(T) = \dfrac{m_d}{m_p}R_p\left(\dfrac{m_p}{m_d}T\right)$. Пробег дейтона равен 4,6см.

3. При прохождении быстрой тяжелой заряженной частицы через фотоэмульсию на единице длины ее траектории образуется $N_\delta = \dfrac{2\pi n q^2 e^2}{m_e \upsilon^2}\left(\dfrac{1}{T_{пор}} - \dfrac{1}{2m_e\upsilon^2}\right)$ δ - электронов, где n - концентрация электронов, q и υ - заряд и скорость первичной частицы; $T_{пор}$ - пороговая кинетическая энергия электрона, необходимая для образования видимого следа в эмульсии; m_e - масса электрона. Определить с помощью этой формулы: а) минимальную энергию α – частицы для образования δ – электронов в фотоэмульсии, у которой $T_{пор} = 11$кэВ; б) энергию α – частицы, при которой на единице длины траектории образуется максимальное число δ – электронов в фотоэмульсии с $n = 6\cdot10^{23}$ см$^{-3}$ и $T_{пор} = 17{,}5$к7, ; вычислить максимальное число δ – электронов на 0,1 мм длины траектории α – частицы; в) заряд первичной частицы, если известно, сто максимальная плотность δ – электронов, образуемых ею, в четыре раза меньше максимальной плотности δ – электронов от α – частицы (в той же эмульсии).

Решение.

а) $T_{мин} = \dfrac{m_\alpha}{4m_e}T_{пор} = 20$ МэВ; б) из условия $\dfrac{dN}{d\upsilon} = 0$ получим $T_\alpha = \dfrac{m_\alpha}{2m_e}T_{пор} = 63{,}7$ МэВ и $N_{макс} = \dfrac{\pi n q^2 e^2}{T_{пор}^2} = 5{,}1$; в) $q = e$.

4. Для мягкого рентгеновского излучения дифференциальное сечение рассеяния фотона на свободном электроне описывается формулой $\dfrac{d\sigma}{d\Omega} = \dfrac{r_e^2}{2}\left(1+\cos^2\vartheta\right)$, где r_e - классический радиус электрона; ϑ - угол рассеяния фотонов. Найти с помощью этой формулы: а) полное сечение рассеяния; б) относительное число фотонов, рассеянных под углами

$\vartheta < 60^\circ$; в) относительное число электронов отдачи, вылетающих в интервале углов от 45° до 90°.

Решение.

а) $\sigma = \dfrac{8\pi}{3} r_e^2$; б) 0,3; в) это число равно числу фотонов, рассеянных в интервале углов, которые легко найти с помощью формулы $\mathrm{ctg}\dfrac{\vartheta}{2} = \left(1 + \dfrac{\hbar\omega_0}{m_e c^2}\right)\mathrm{tg}\psi$, где ϑ - угол рассеяния фотона и ψ - угол, под которым отлетает электрон отдачи. Для мягкого рентгеновского излучения $\hbar\omega_0 << \mathrm{m}_e c^2$ и $\mathrm{tg}\psi \approx \mathrm{ctg}\left(\dfrac{\vartheta}{2}\right)$. Найдя отсюда углы ϑ_1 и ϑ_2, которые соответствуют, $\psi = \dfrac{\pi}{4}$ и $\dfrac{\pi}{2}$, получаем $\eta_e = \dfrac{\Delta\sigma}{\sigma} = \dfrac{1}{\sigma}\int_{\vartheta=0}^{\pi/2} \mathrm{d}\sigma(\vartheta) = 0{,}5$.

5. Определить суммарную кинетическую энергию пары электрон – позитрон, которую образует γ – квант с пороговым значением энергии в поле покоящегося протона.

Решение.

$$\mathrm{T} = \frac{\alpha^2}{1+\alpha}\mathrm{m}_e c^2 = 0{,}6\ \text{эВ},\ \text{где}\ \alpha = \frac{2\mathrm{m}_e}{\mathrm{m}_\mathrm{p}}.$$

IV. Статистика регистрации ядерного излучения.

Распределение Пуассона $\mathrm{p}(\mathrm{n}) = \dfrac{(\bar{\mathrm{n}})^{\mathrm{n}} \mathrm{e}^{-\bar{\mathrm{n}}}}{\mathrm{n}!}$, где $\mathrm{p}(\mathrm{n})$ - вероятность совершения n случайных событий в течение некоторого промежутка времени, среднее число событий для которого $\bar{\mathrm{n}}$.

Гауссово (нормальное) распределение $\mathrm{p}(\mathrm{n}) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\varepsilon^2/2\sigma^2}$, где $\varepsilon = |\mathrm{n} - \bar{\mathrm{n}}|$ - отклонение от среднего; σ - среднеквадратическая (стандартная) погрешность отдельного измерения, $\sigma = \sqrt{\bar{\mathrm{n}}} \approx \sqrt{\mathrm{n}}$.

Среднеквадратическая погрешность суммы или разности независимых измерений $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots}$, где σ_i - среднеквадратические погрешности независимых измерений.

1. Показать, что при наличии фона, интенсивность которого равна интенсивности исследуемого излучения, необходимо зарегистрировать в 6 раз больше импульсов, чтобы обеспечить ту же точность измерения исследуемого излучения, что и без фона.

Решение.

Пусть без фона зарегистрировано $\mathrm{N}_и$ - импульсов. Соответствующая относительная среднеквадратическая погрешность $\eta_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\mathrm{N}_и}}$. С фоном $\eta = \dfrac{\sqrt{\mathrm{N}_{иф} + \mathrm{N}_ф}}{\mathrm{N}_{иф} - \mathrm{N}_ф} = \sqrt{\dfrac{6}{\mathrm{N}_{иф}}}$, т. к. $\mathrm{N}_{иф} = 2\mathrm{N}_ф$. Из требования $\eta = \eta_0$ получим $\mathrm{N}_{иф} = 6\mathrm{N}_и$.

2. Счетчик Гейгера – Мюллера с разрешающим временем $\tau = 2{\cdot}10^{-4}\,\mathrm{c}$ зарегистрировал $\mathrm{n} = 3{\cdot}10^4$ имп/мин. Определить истинное число частиц N, прошедших через счетчик в 1 мин.

Решение.

В течение каждой секунды счетчик на время $n\tau$ утрачивает способность к счету. За это время через него пройдет τnN незарегистрированных частиц. Таким образом $N = n + \tau nN$, откуда $N = 3{,}33 \cdot 10^4$ частиц/мин.

3. Какая доля частиц, проходящих через счетчик с разрешающим временем $\tau = 10^{-6}$ с, не будет зарегистрирована при скорости счета $n = 10^2$ и 10^5 имп\с?
Решение.

(0,01 и 10)%.

4. При измерении активности некоторого препарата с фоном счетчик Гейгера – Мюллера, разрешающее время которого $2 \cdot 10^{-4}$с, зарегистрировал 1000 имп/с. Определить число частиц от исследуемого препарата, которое проходит через счетчик в 1с.
Решение.

$$N_и = \frac{n_{иф}}{1 - \tau n_{иф}} - \frac{n_ф}{1 - \tau n_ф} = 568 \text{ частиц/с}\ .$$

5. Число частиц, проходящих в единицу времени через счетчик, равно N. Определить число импульсов в единицу времени на выходе регистрирующего устройства счетчика, если известно разрешающее время счетчика τ_1 и разрешающее время регистрирующего устройства τ_2. Рассмотреть случаи: а) $\tau_1 > \tau_2$; б) $\tau_1 < \tau_2$.
Решение.

а) В этом случае регистрирующее устройство зарегистрирует все импульсы счетчика, и $n = \dfrac{N}{1 + \tau_1 N}$.

б) Число импульсов, даваемых счетчиком, $n_1 = \dfrac{N}{1 + \tau_1 N}$. Из них регистрирующее устройство зарегистрирует $n_2 = \dfrac{n_1}{1 + \tau_2 n_1} = \dfrac{N}{1 + (\tau_1 + \tau_2)N}$.

6. В сцинтилляционном счетчике с фотоумножителем время высвечивания сцинтиллятора $\tau_1 = 6 \cdot 10^{-9}$ с, разрешающее время самого фотоумножителя $\tau_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ с. Определить число электронов, падающих на сцинтиллятор в 1с, если число импульсов на выходе фотоумножителя $n = 5 \cdot 10^6$ имп/с.
Решение.

$$N = \frac{n}{1 - (\tau_1 + \tau_2)n} = 6{,}1 \cdot 10^6 \text{ электрон/с}.$$

7. Электромагнитный счетчик с разрешающим временем τ включен непосредственно на выходе усилителя счетного устройства (без применения пересчетной схемы). Найти в данном счетчике зависимость числа импульсов n, зарегистрированных в единицу времени, от среднего числа частиц N, проходящих через счетчик Гейгера – Мюллера в единицу времени.
Указание: иметь в виду, что если электромагнитный счетчик, который начал регистрировать импульс, но еще не закончил полный цикл регистрации, поступает следующий импульс, то хотя последний и не будет сосчитан, он увеличивает мертвое время, вызванное первым импульсом.
Решение.

Чтобы электромагнитный счетчик зарегистрировал импульс от счетчика Гейгера – Мюллера в интервале времени от t до $t + dt$ необходимо, чтобы в предшествующий промежуток времени от $t - \tau$ до t в него не поступало ни одного импульса. Вероятность последнего $p = e^{-N\tau}$. Отсюда полное число частиц, зарегистрированных в единицу времени электромагнитным счетчиком, $n = Np = N e^{-N\tau}$.

8. Разрешающим временем счетчика называется время, необходимое счетчику для возвращения в рабочее состояние после срабатывания. Для сцинтилляционного счетчика разрешающее время определяется временем высвечивания. Пусть N - истинное число частиц, проходящих через счетчик в 1с, а n - полученное экспериментально число срабатываний счетчика в секунду. Найти разрешающее время счетчика τ.
Решение.

Если число частиц, зарегистрированных счетчиком, равно n, а разрешающее время счетчика τ, то в течение времени $n\tau$ счетчик не сможет зарегистрировать ни одной из попавших в него частиц. Число частиц, прошедших в течение этого времени через счетчик равно $Nn\tau$, т. е. сумме зарегистрированных и незарегистрированных частиц. Отсюда для разрешающего времени счетчика получаем $\tau = \frac{(N - n)}{Nn}$.

9. Счетчик срабатывает 1000 раз в секунду. Разрешающее время счетчика равно $2\cdot10^{-4}$с. Найти истинную частоту исследуемого события.
Решение.

$$N = 1250\, c^{-1}.$$

10. Разрешающее время счетчика $\tau_1 = 3\cdot10^{-5}\,c$, разрешающее время регистрирующего устройства $\tau_2 = 2{,}5\cdot10^{-4}\,c$ ($\tau_2 > \tau_1$!). Найти число зарегистрированных частиц, если число частиц, падающих на счетчик, равно $N = 5\cdot10^3\,c^{-1}$.
Решение.

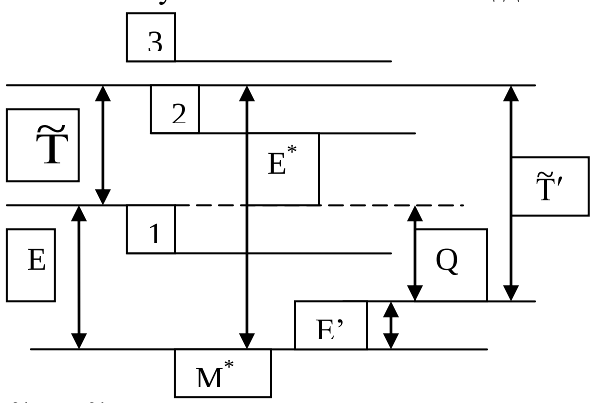
Число частиц, зарегистрированных счетчиком $n = \frac{N}{1 + N\tau_1}$. Число импульсов счетчика, зарегистрированных регистрирующим устройством:

$$n = \frac{n_1}{1 + n_1\tau_2} = \frac{N}{1 + N(\tau_1 + \tau_2)} = 2{,}1\cdot10^3\,c^{-1}.$$

V. Ядерные реакции.

Пороговая кинетическая энергия налетающей частицы (в Λ - системе), при которой становится возможной эндоэнергетическая ядерная реакция $T_{пор} = m\frac{M}{M|Q|}$, где m и M – массы налетающей частицы и ядра мишени.

Энергетическая схема ядерной реакции $m + M \to M^* \to m' + M' + Q$, протекающей через промежуточное ядро M^*; $m + M$ и $m' + M'$ - суммы масс покоя частиц до и после реакции; Q - энергия реакции;



$\tilde{T}$ и $\tilde{T}'$ - суммарные кинетические энергии до и после реакции (в Ц - системе), E^* - энергия возбуждения промежуточного ядра; E и E' – энергия связи частиц m и m' в промежуточном ядре. Уровни промежуточного ядра (1, 2, 3).

1. α – частица с кинетической энергией T_0=1 МэВ упруго рассеялась на покоившемся ядре ^{6}Li. Определить кинетическую энергию ядра отдачи, отлетевшего под углом $\vartheta = 30^o$ к первоначальному направлению движения α – частицы.
Решение.

$$T = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} T_0 \cos^2\vartheta = 0{,}72 \text{ МэВ}.$$

2. Найти энергию реакции $^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He}$, если известно, что средние энергии связи на один нуклон в ядрах ^{7}Li и ^{4}He равны соответственно 5,60 и 7,06 МэВ.
Решение.

$$Q = +17{,}3 \text{МэВ}.$$

3. Вычислить пороговые энергии α – частиц и нейтронов в следующих реакциях:
а) $\alpha + {}^7\text{Li} \to {}^{10}\text{B} + n$; б) $\alpha + {}^{12}\text{C} \to {}^{14}\text{N} + d$; в) $n + {}^{12}\text{C} \to {}^9\text{Be} + \alpha$; г) $n + {}^{17}\text{O} \to {}^{14}\text{C} + \alpha$.
Решение.

а) 4,4 МэВ; б) 18,1 МэВ; в) 6,17 МэВ; г) 0.

4. Какой минимальной кинетической энергией должна обладать α – частица, чтобы при бомбардировке такими частицами атомов лития эти атомы начали излучать полный спектр рентгеновского излучения лития?
Решение.

$$\frac{1}{2} m_\alpha \upsilon_\alpha^2 = \frac{m_e c^2}{2} \alpha^2 Z^2 \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Li}}\right) = 204{,}086 \text{ эВ}.$$

$\alpha = \dfrac{e^2}{\hbar c} = \dfrac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры, а Z=3 порядковый номер лития.

5. Какое биологическое значение имеет то обстоятельство, что протон немного легче нейтрона? Что было бы, если бы было наоборот, т. е. протон был немного тяжелее нейтрона?
Решение.

Если бы протон был тяжелее нейтрона, то реакции $p \to n + e^+ + \nu_e$, $p + e^- \to n + \nu_e$ происходили бы не только внутри ядра, но и в свободном состоянии. Водород был бы радиоактивным, а протон с коротким временем жизни, т. е. не существовал бы в природе в естественном состоянии. Жизнь была бы невозможна.

6. Почему при делении атомного ядра все осколки деления β^- - радиоактивны, а не β^+ - радиоактивны?
Решение.

Осколки деления перенасыщены нейтронами. От лишних нейтронов осколки деления освобождаются другими способами: путем прямого испускания нейтронов или посредством превращения нейтронов внутри ядра в протоны, т. е. путем β^- - распада.

7. Показать, что для реакции фоторасщепления ядра $\gamma + M \to m_1 + m_2$ в случае, когда продукты реакции нерелятивистские, импульсы возникающих частиц в Ц – системе определяются формулой: $\tilde{p} \approx \sqrt{2\mu'(Q + \hbar\omega)}$, где μ' - приведенная масса возникающих частиц, Q - Энергия реакции; $\hbar\omega$ - энергия γ – кванта.
Решение.

Воспользовавшись инвариантностью выражения $E^2 - p^2c^2$, запишем: $(\hbar\omega + Mc^2)^2 - (\hbar\omega)^2 = \left[(m_1 + m_2)c^2 + \tilde{T}'\right]^2$, где $\tilde{T}' = \dfrac{\tilde{p}^2}{2\mu'}$, получаем искомое выражение.

8. Определить энергию возбуждения ядра ^{4}He, возникшего в результате захвата протона с кинетической энергией 2 МэВ покоившегося ^{3}H.
Решение.

$E = E_{св} + \frac{3}{4}T_p = 21{,}3\,МэВ$, $E_{св}$ - энергия связи протона в ядре ^4He.

9. На опыте можно наблюдать дезинтеграцию (разрушение) дейтона на протон и нейтрон под действием γ – лучей ThC′, имеющих энергию 2,62 МэВ. Определить энергию и направление вылета нейтрона и протона при пренебрежении импульсом γ – кванта?

Решение.

Энергии протона и нейтрона равны между собой и составляют 0,2 МэВ. Протон и нейтрон разлетаются в противоположные стороны.

10. Почему от Солнца идет поток нейтрино, а все реакторы деления атомных ядер являются источниками антинейтрино?

Решение.

Осколки деления β^- - радиоактивны. Из закона сохранения лептонного заряда следует, что при распаде нелептонов должны рождаться лептон и антилептон. Поскольку электрон – частица, с ним должно рождаться антинейтрино. Поэтому вместе с β^- - частицами (электронами) из реактора всегда вылетают антинейтрино. На Солнце происходит синтез ядер из протонов, следовательно, часть протонов должна превращаться в нейтроны с испусканием позитронов. Поскольку позитрон – античастица, вместе с ним должно рождаться нейтрино.

VI. Методы регистрации излучений.

1. В пространстве между двумя электродами, разность потенциалов между которыми постоянна и равна U, движется под действием электрического поля заряд q. Получить выражение для тока, индуцированного во внешней цепи при движении заряда.

Решение.

Рассмотрим микроскопическую картину движения заряда между электродами в поле напряженностью E. Работа, совершаемая при смещении заряда на dx, равна $qEdx$ (1). Если рассмотреть максимальную картину протекания тока $i(t)$ во внешней цепи, где действует разность потенциалов U, то эту же работу можно записать как $i(t)Udt$ (2). Приравнивая (1) и (2), находим $i(t) = q(t)\frac{E}{\upsilon}\frac{dx}{dt}$, где $\frac{dx}{dt} = \upsilon$ - скорость движения зарядов в ионизационных приборах, т. е. скорость дрейфа. Окончательно получаем $i(t) = q(t)\upsilon(t)\frac{E}{U}$. В общем случае скорость дрейфа может зависеть от времени, например при движении заряда в неоднородном поле. Полученное выражение называется формулой Рамо – Шокли.

2. Пересыщением S в камере Вильсона называют отношение плотности пара ρ_1 непосредственно после расширения (но до конденсации) к плотности насыщенного пара ρ_2 при температуре T_2 также непосредственно после расширения. Найти выражение для пересыщения в функции от парциальных давлений P_1 и P_2 пара до и после расширения, температурного коэффициента объемного расширения $k = \frac{V_2}{V_1}$ и отношения удельных теплоемкостей $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ смеси.

Решение.

По определению $S = \frac{\rho_1}{\rho_2}$, где $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}$. Здесь m_1 - масса пара, насыщающего сжатый объем камеры V_1 при температуре T_1, а m_2 - масса пара, насыщающего расширенный объем камеры V_2 при температуре T_2. Таким образом $S=\frac{m_1}{m_2}\frac{V_2}{V_1}$. По уравнению Клапейрона для пара до и после расширения камеры, находим $P_1V_1=\frac{m_1}{\mu}RT_1$, $P_2V_2=\frac{m_2}{\mu}RT_2$. Второе из этих уравнений относится к случаю, когда избыток паров сконденсировался, причем мы пренебрегаем незначительным повышением температуры за счет конденсации. Из этих уравнений, используя уравнение адиабаты $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$, найдем $S=\frac{P_1}{P_2}\left(\frac{V_1}{V_1}\right)^{\gamma-1}=\frac{P_1}{P_2}k^{1-\gamma}$.

3. По современным представлениям, причиной образования пузырьков вдоль следа заряженной частицы в пузырьковой камере являются δ – электроны с энергией достаточной для образования пузырька критического размера, но не настолько большой, чтобы их пробег превосходил размер этого пузырька. Определить минимальную энергию δ – электрона, способного образовать пузырек критического размера в пропановой пузырьковой камере при температуре $T=328\,K$ и давлении $P_ж=5\frac{кгс}{см^2}$. Поверхностное натяжение пропана $\sigma=4{,}46\frac{дин}{см}$, соответствующее давление насыщенных паров $P_п=15\frac{кгс}{см^2}$, молярная теплота испарения пропана $q=3{,}9\frac{ккал}{моль}$. (Работой расширения пузырька пренебречь).

Решение.

Энергия δ – электрона E должна быть не меньше энергии образования пузырька с радиусом $R_{кр}=\frac{2\sigma}{P_п-P_ж}$. Последняя энергия складывается из поверхностной энергии пузырька и теплоты испарения жидкости в пузырьке. Поэтому $E\geq 4\pi\sigma R_{кр}^2+\frac{4\pi}{3}R_{кр}^2 nq\approx 200\,эВ$, поскольку число молей в единице объема пара при давлении $P_п$ и критический радиус равны соответственно $n=\frac{P_п}{RT}=5{,}4\cdot10^{-4}$, $R_{кр}=9\cdot10^{-7}\,см$.

4. Сцинтилляционные счетчики используются как для регистрации заряженных частиц, так и для регистрации рентгеновских и γ – лучей. Определить эффективность регистрации сцинтилляционным счетчиком γ – квантов, если эффективность регистрации заряженных частиц равна 100% (d – толщина счетчика, μ - коэффициент поглощения γ – квантов в кристалле).

Решение.

Так как эффективность регистрации заряженных частиц равна 100%, то сцинтилляционный счетчик должен регистрировать каждый γ – квант, поглощенный или рассеянный (неупруго) в счетчике. На этом основании для искомой эффективности счетчика нетрудно получить $f=1-e^{-\mu\alpha}$.

5. Ионизирующие частицы, проходя через фотоэмульсию, воздействуют на кристаллы бромистого серебра таким образом, что после проявления они образуют ряд черных зерен галоидного серебра (расположенных вдоль следа частицы). Плотность зерен зависит от типа эмульсии, способа проявления и возрастает с увеличением удельных потерь энергии ионизирующей частицы. При скорости $\upsilon << c$ приблизительно $-\frac{dE}{dx} \approx \frac{4\pi Z^2 e^2 N}{m\upsilon^2}$, где Ze - заряд частицы, υ - ее скорость, N - число атомов в 1 см^3, m - масса электрона.

а) Как определить направление движения частицы по ее следу в эмульсии?

б) Как относятся удельные потери энергии для протонов, дейтонов и α – частиц при равных скоростях и соответственно при равных энергиях частиц.

Решение.

а) С уменьшением скорости частицы возрастают ее ионизационные потери. Следовательно, число зерен на единицу длины следа увеличивается в направлении движения частицы.

б) При равных скоростях удельные потери для протонов, дейтонов и α – частиц относятся как 1:1:4, а при равных энергиях – как 1:2:16.

6. Фотоэмульсии нередко используются в качестве детектора нейтронов. Быстрые нейтроны детектируются обычно по протонам отдачи. Какие характеристики рассеяния надо измерять, чтобы определить энергию нейтрона. (Направление потока нейтронов в эксперименте известно).

Решение.

Быстрые нейтроны рассеиваются в эмульсии на водороде. Из законов сохранения импульса легко получить $E_п = \frac{E_p}{\cos^2\beta}$, где β - угол между направлениями движения рассеянного протона и налетающего нейтрона. Чтобы определить энергию нейтрона, надо измерить угол β и пробег протона.

7. Определить число космических частиц, прошедших через ионизационную камеру диаметром 8 см, если изменение потенциала собирающего электрода составило 0,2 В. Камера наполнена воздухом при давлении 1 атм. Емкость системы собирающего электрода равна 10 пФ. В среднем не 1 см пути в воздухе одна космическая частица создает 60 пар ионов. Частицы падают перпендикулярно к оси камеры.

Решение.

Изменение потенциала собирающего электрода: $\Delta V = \frac{Q}{C}$; заряд, собранный на нем: $Q = \Delta V \cdot C = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл. Число пар ионов, созданных в камере космическими частицами: $N = \frac{Q}{e} = 1{,}25 \cdot 10^7$. Средний путь космических частиц в камере равен $\frac{4\pi}{\alpha}$, где α - диаметр камеры. Таким образом, одна частица в среднем создает 306 пар. Следовательно, через камеру прошло $\frac{1{,}25}{306} \cdot 10^7 = 4{,}1 \cdot 10^4$ частиц.

8. Число фотонов n, образуемых в сцинтилляционном счетчике при прохождении через него заряженной частицы, можно определить по формуле $n = \frac{Ec}{E_ф}$, где E - энергия, теряемая частицей в кристалле, $E_ф$ - средняя энергия спектра испускаемых фотонов, а c - эффективность счетчика. Для антрацена $c = 0{,}04$, а средняя длина волны спектра излучения 445 нм. Определить энергию, идущую на образование одного фотона.

Решение.

$$\frac{E}{n} = \frac{E_ф}{c} = 70 эВ.$$

9. найти амплитуды импульсов напряжения от пропорционального счетчика при прохождении через него а) α – частицы с энергией 3,5 МэВ, б) быстрого электрона. Счетчик имеет диаметр $d = 2{,}2$ см и наполнен аргоном при давлении 100 мм рт. ст.

Удельная ионизация быстрыми электронами в аргоне – 70 пар ионов на 1 см при давлении 1 атм. Пробег α – частицы в аргоне – 1,9 см. Средняя энергия образования одной пары ионов – 25,4 эВ. Коэффициент газового усиления счетчика $A = 10^4$. Емкость нити $C = 15\,\text{пф}$.

Указание: Средний путь, проходимый α – частицами в счетчике, равен 1,7 см; средний путь, проходимый электроном, определяется по формуле $l = \frac{\pi d}{4}$.

Решение.

а) Амплитуда импульса напряжения в пропорциональном счетчике $V = \frac{QA}{C}$, где Q - заряд быстрых частиц, C - емкость. Зная энергию α – частицы и среднюю энергию образования пары ионов, можно найти среднее число пар ионов, образуемых α – частицей на полном пробеге, а затем на 1 см ее пути. Последнее число равно $7{,}3\cdot10^4$. Зная средний путь, проходимый α – частицей в счетчике, легко найти, что среднее число пар ионов, создаваемых α – частицей при прохождении через счетчик, равно $1{,}1\cdot10^5$. Ему соответствует амплитуда импульса напряжения 1,63 В.

б) $1{,}7\cdot10^{-3}$ В.

10. Практически точечный источник α – частиц находится на торцевой поверхности цилиндрического сцинтиллятора с неотражающими стенками. Радиус цилиндра 0,5 см, длина 2 см. Вычислить число фотонов, выходящих из противоположного источнику торца сцинтиллятора, если α – частица образует 10^5 фотонов в одной сцинтилляции. Поглощением света сцинтиллятора пренебречь.

Решение.

В отсутствии поглощения световой поток, приходящийся на элемент телесного угла, выразится в виде $d\Phi = \Phi_0 \frac{d\Omega}{4\pi}$, где Φ_0 - полный световой поток, испущенный источником света сцинтилляций. Световой поток на выходе из сцинтиллятора будет равен $\Phi = \frac{\Phi_0}{2}\int\limits_0^{\Theta_0} \sin\Theta\, d\Theta$, где $\Theta_0 = \text{arctg}\left(R/l\right)$. Отсюда $\Phi = \Phi_0\left(1 - \frac{l}{2\sqrt{l^2 + R^2}}\right) = 5{,}1\cdot10^4$.

11. Вычислить максимальный угол, под которым выходит черенковское излучение электронов в воде.

Решение.

Максимальный угол соответствует $\beta = 1$, следовательно $\Theta_{\text{мах}} = \arccos\left(1/n\right)$. Для воды $\Theta_{\text{мах}} = 42°$.

12. По каким признакам можно различить следы медленных π^- - и π^+ - мезонов, оканчивающихся фотоэмульсии?

Решение.

Медленные π^- - мезоны в поле ядра захватываются на боровскую орбиту и, взаимодействуя с ядром, поглощаются им. При этом происходит расщепление ядра. В фотоэмульсии след мезона оканчивается в ~ 70% случаев звездой (σ - остановка), а ~30% случаев поглощение π^- - мезона приводит к испусканию только нейтральных частиц (ρ - остановка).

Медленный π^+ - мезон распадается на μ^+ - мюон с энергией 4,1 МэВ и ν_μ, а мюон распадается на позитрон e^+ и антинейтрино мюонное $\tilde{\nu}_\mu$ плюс нейтрино электронное ν_e.

Таким образом, в фотоэмульсии в конце пробега π^+ - мезона наблюдается след μ^+ - мюона, длиной ~ 600 мкм, а в конце следа μ^+ - след позитрона.

13. Импульс света в сцинтилляционном счетчике регистрируется с помощью фотоумножителя. Определить величину импульса напряжения V на выходе фотоумножителя, если при очередном световом импульсе в кристалле из фотокатода умножителя было выбито $n = 500$ электронов. Коэффициент умножения фотоумножителя $M = 2 \cdot 10^6$, а емкость анода по отношению к Земле составляет $C = 10\,пф$.

Решение.

$$V = \frac{Mne}{C} = 16В.$$

14. Найти связь между энергетическим и амплитудным разрешением. Амплитуда сигналов детектора связана с энергией частиц соотношением $A = f(E)$.

Решение.

Энергетическое разрешение запишем в виде $\omega = \frac{\Delta E}{E}$. Дифференцируем соотношение амплитуды и энергии $A = f(E)$ и получаем $\Delta E = \frac{\Delta A}{f'(E)}$. Отсюда $\omega = \frac{\Delta A}{A}\frac{f(E)}{Ef'(E)}$. Если A пропорционально E, то $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta E}{E}$.

VII. Элементарные частицы.

1) *Кинетика взаимодействия частиц.*

<u>Лоренц – инвариант</u>: $E^2 - p^2 = inv$, где E и p - полная энергия и суммарный импульс системы. При переходе из одной инерциальной системы в другую эта величина не меняется.

<u>Скорость</u> Ц – системы относительно Л – системы: $\beta = \frac{\upsilon}{c} = \frac{p}{E}$, где p и E - суммарный импульс и полная энергия системы частиц.

<u>Лоренцевы преобразования</u> импульса, полной энергии и углов при переходе от Л – системы к Ц – системе.

$\tilde{p}_x = \frac{p_x - E\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\tilde{E} = \frac{E - p_x\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $tg\,\tilde{\vartheta} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\sin\vartheta}{\cos\vartheta - \left(E/p\right)\beta}$, где β - скорость Ц – системы относительно Л – системы.

<u>Пороговая</u> кинетическая энергия частицы m, налетающей на покоящуюся частицу M для реакции $m + M \to \sum_i m_i$ $\quad T_{m\,пор.} = \frac{\left(\sum m_i\right)^2 - (m+M)^2}{2M}$.

При двухчастичном распаде частицы с массой M импульсы возникающих частиц в Ц – системе: $\tilde{p} = \frac{1}{2M}\sqrt{\left[M^2 - (m_1+m_2)^2\right]\left[M^2 - (m_1-m_2)^2\right]}$, где m_1 и m_2 - массы возникающих частиц.

Максимальный угол вылета частицы m_1 определяется формулой $\sin\vartheta_{1мак.} = \frac{M}{m_1}\cdot\frac{\tilde{p}}{p_M}$, где p_M - импульс распадающейся частицы.

1. Релятивистская частица с массой m и кинетической энергией T налетает на покоящуюся частицу с той же массой. Найти кинетическую энергию их относительного движения, импульс каждой частицы в Ц – системе и скорость этой системы.

Решение.

Воспользовавшись инвариантностью выражения $E^2 - p^2$, запишем $(T+2m)^2 - p^2 = \left[2(\tilde{T}+m)\right]^2$, где левая часть равенства записана в Л – системе, а правая в Ц – системе. Имея в виду, что $p^2 = T(T+2m)$, получим $\tilde{T} = 2m\left(\sqrt{1+\frac{T}{2m}} - 1\right)$; $\tilde{p} = \sqrt{\frac{mT}{2}}$; $\beta_c = \sqrt{\frac{T}{T+2m}}$.

2. Отрицательный мюон, кинетическая энергия которого $T = 100 МэВ$, испытал упругое, лобовое столкновение с покоившимся электроном. Найти кинетическую энергию электрона отдачи.

Решение.

$$T_e = \frac{2m_e T(T+2m\mu)}{(m_\mu + m_e)^2 \cdot 2m_e T} = 2{,}8 МэВ.$$

3. Показать невозможность аннигиляции электрона и позитрона с испусканием одного γ – кванта $e^+ + e^- \to \gamma$, а также распада γ – кванта на лету $\gamma \to e^+ + e^-$.

Решение.

Первый процесс противоречит закону сохранения импульса. Действительно, в системе центра масс электрона и позитрона полный импульс этих частиц равен нулю. При аннигиляции импульс сохраняется, потому импульс образовавшихся фотонов также должен равняться нулю. Но это невозможно, если образуется только один фотон. Из тех же соображений следует невозможность распада γ – кванта на электрон и позитрон на лету (т. е. в отсутствие третьего тела).

4. Какую долю кинетической энергии теряет нерелятивистская α – частица при упругом рассеянии под углом $\tilde{\vartheta} = 60°$ (в Ц - системе) на покоящемся ядре ^{12}C.

Решение.

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2}\sin^2\left(\frac{\tilde{\vartheta}}{2}\right) = 0{,}1875.$$

5. Гиперядро $^5_\Lambda He$ испытывает распад $^5_\Lambda He \to {}^4He + p + \pi^-$. Вычислить энергию связи Λ – гиперона в данном гиперядре, если его энергия распада $Q = 34{,}9$ МэВ.

Решение.

$$E_\Lambda = m_\Lambda - (Q + m_p + m_\pi) = 2{,}8 МэВ.$$

2) *Принципы симметрии и законы сохранения.*

Перечень основных законов и возможность их применения к разным взаимодействиям указаны в таблице:

Сохраняющиеся величины	Взаимодействие		
	сильное	*электромагнитное*	*слабое*
M (момент количества движения)	да	да	да
I (полный изоспин)	*	нет	нет (ΔI=1/2,или ΔI=1)
I_3 (проекция изоспина)	*	да	нет
B (барионный заряд)	*	*	да
L (лептонный заряд)	*	*	*
P (четность)	*	*	нет
C (зарядовая четность)	*	*	нет
G (G-четность)	*	нет	*
S (странность)	*	да	нет (|ΔS|=1,Δ
CP (CP-четность)	*	*	нет
CPT	*	*	да
C (очарование)	*	*	нет (ΔC=ΔS)
b (прелесть)	*	*	нет
t (вершина)	*	*	нет

1. При рождении и распаде частиц выполняется (помимо законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения) ряд точных законов сохранения, приведенных в таблице.

Указать, какие из приведенных ниже реакций запрещены перечисленными законами сохранения:

1. $\mathrm{n} \to \mathrm{p} + e^- + \tilde{\nu}_e$
2. $\mathrm{p} \to \mathrm{n} + e^+$
3. $\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \tilde{\nu}_e$
4. $\mathrm{K}^+ \to \pi^- + 2e^+$
5. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Lambda^0 + \mathrm{K}^0$
6. $\mathrm{K}^- + \mathrm{n} \to \Lambda^0 + \pi^-$
7. $\pi^+ + \mathrm{n} \to \Lambda^0 + \mathrm{K}^+$
8. $\pi^+ + \mathrm{n} \to \mathrm{K}^+ + \mathrm{K}^0$.

Решение.

Запрещенные реакции 2. и 4., т. к. в них не сохраняется лептонный заряд, и реакция 8. , т. к. не сохраняется барионный заряд; в реакции 2. нарушается еще закон сохранения энергии.

2. Взаимодействие и распад частиц происходит в результате сильного, электромагнитного или слабого взаимодействия. Вероятность процессов при слабом взаимодействии примерно в $10^{10} \div 10^{12}$ раз меньше, чем при сильном. Сильное взаимодействие может происходить только между адронами и при сохранении странности (S). При слабом взаимодействии странность не сохраняется.

S=0 для нуклонов, антинуклонов, π- мезонов;

S=-1 для $\Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^-, \mathrm{K}^-, \Sigma^0, \tilde{\mathrm{K}}^0$;

S=-2 для Ξ^-, Ξ^0;

S=-3 для Ω^-;

S=+1 для $\tilde{\Lambda}, \tilde{\Sigma}^+, \tilde{\Sigma}^-, \tilde{\Sigma}^0, \mathrm{K}^+, \mathrm{K}^0$;

S=+2 для $\tilde{\Xi}^-, \tilde{\Xi}^0$;

S=+3 для $\tilde{\Omega}^+$.

При изменении странности на 1 вероятность процесса уменьшается в $10^{10} \div 10^{12}$ раз, а при изменении S на 2 реакции почти не наблюдаются, если возможна реакция с изменением S только на 1.

Выяснить, какие из перечисленных реакций разрешены по закону сохранения S, какие запрещены по этому закону и, следовательно, идут с малой вероятностью или практически не наблюдаются:

1. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Lambda^0 + \mathrm{K}^0$
2. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Lambda^0 + \pi^0$
3. $\Lambda^0 \to \mathrm{p} + \pi^-$
4. $\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$
5. $\Xi^- \to 2\pi^- + \mathrm{p}$
6. $\pi^+ + \tilde{\mathrm{p}} \to \tilde{\Sigma}^+ + \mathrm{K}^-$
7. $\pi^+ + \tilde{\mathrm{p}} \to \Sigma^+ + \pi^-$
8. $\pi^+ + \mathrm{n} \to \Lambda^0 + \mathrm{K}^+$
9. $\mathrm{K}^+ + \mathrm{p} \to \Sigma^+ + \pi^+$
10. $\mathrm{p} + \tilde{\Sigma}^+ \to \mathrm{K}^+ + \pi^+$
11. $\mathrm{p} + \tilde{\Sigma}^+ \to \pi^+ + \pi^+$
12. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Xi^- + \tilde{\Xi}^+ + \mathrm{n}$
13. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Sigma^+ + \mathrm{K}^-$
14. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Xi^- + \mathrm{K}^+ + \mathrm{K}^0$.

Решение.

В реакциях 1, 6, 8, 10, 12, 14 $|\Delta\mathrm{S}|=0$, и они идут по сильному взаимодействию. В реакциях 2, 3, 4, 7, 9, 11 $|\Delta\mathrm{S}|=1$. Поэтому распады 3 и 4 происходят за время, характерное для слабого взаимодействия: ~10^{-10}с, а реакции 2, 7, 9, 11 практически не наблюдаются. В процессах 5 и 13 $|\Delta\mathrm{S}|=2$, и поэтому такие процессы не наблюдаются. Каскадный гиперон распадается по реакции 4, а затем Λ^0 распадается по реакции 3.

3. Рассмотреть перечисленные ниже реакции и установить, какие из них запрещены законами сохранения:

1. $\Sigma^- + \mathrm{p} \to \Lambda^0 + \mathrm{n}$
2. $\Sigma^+ + \mathrm{p} \to \mathrm{K}^+ + \mathrm{p}$
3. $\mathrm{p} \to \mathrm{n} + e^+ + \tilde{\nu}_e$
4. $\Omega^- \to \mathrm{n} + \pi^-$
5. $\mathrm{J}/\Psi \to \mathrm{D}^0 + \tilde{\mathrm{D}}^0$
6. $\Xi^0 \to \Lambda^0 + \tilde{\mathrm{K}}^0$
7. $\pi^- + \mathrm{p} \to \Sigma^- + \mathrm{K}^+$.
8. $\pi^- + \mathrm{p} \to \mathrm{K}^- + \Sigma^+$
9. $\eta^0 \to \pi^+ + \pi^- + \gamma$
10. $\pi^- + \mathrm{p} \to \mathrm{D}^0 + \Lambda^0$
11. $\mu^+ \to e^+ + e^- + e^+$
12. $\mathrm{K}^+ + \mathrm{n} \to \Sigma^+ + \pi^0$
13. $\mathrm{d} + \mathrm{d} \to {}^4\mathrm{He} + \pi^0$

Решение.

Запрещенные реакции (2) – (6), (8), (10) – (13).

4. Найти изменение изоспина I и его проекции I_3 в следующих процессах:

а) $\pi^- + \mathrm{p} \to \mathrm{K}^+ + \Sigma^-$
б) $\pi^- + \mathrm{p} \to \mathrm{K}^+ + \mathrm{K}^0 + \Xi^-$
в) $\mathrm{K}^+ \to \pi^0 + \pi^+$
г) $\mathrm{K}_1^0 \to 2\pi^0$.

Решение.

а) и **б)**: $\Delta\mathrm{I}_3=0$ и $\Delta\mathrm{S}=0$, следовательно, взаимодействие сильное, а для него $\Delta\mathrm{I}=0$. **в)** изоспин системы ($\pi^0\pi^+$) I равен 2 и 1. Из обобщенного принципа Паули следует, что $(-1)^{l+\mathrm{S}+\mathrm{I}} = (-1)^{l+\mathrm{I}} = +1$. Согласно закону сохранения момента импульса l должно быть равно нулю. Отсюда $(-1)^{\mathrm{I}} = +1, \mathrm{I} = 2$. Итак, $\Delta\mathrm{I} = 3/2, \Delta\mathrm{I}_3 = 1/2$. **г)**. Проекция изоспина системы $2\pi^0$ $\mathrm{I}_3 = 0$. Из возможных значений изоспина (2, 1, 0) реализуется только 0 и 2, так как согласно обобщенному принципу Паули $(-1)^{l+0+\mathrm{I}} = +1$. Из закона сохранения момента импульса следует $l = 0$. Отсюда I должно быть четным, т. е. 0 или 2. Итак $\Delta\mathrm{I}$ равно $1/2$ или $3/2$.

5. Электронное нейтрино ν_e имеет лептонный заряд $L_e = -1(\tilde{\nu}_e)$. Как проявляется это отличие при взаимодействии с веществом? Как экспериментально отличить нейтрино от антинейтрино?
Решение.

ν_e может превратить нейтрон в протон согласно реакции $\nu_e + n \to p + e^-$, но не может превратиться протон в нейтрон, т. к. реакция $\nu_e + p \to n + e^{+|}$ запрещена. Антинейтрино $\tilde{\nu}_e$ может превратить в атомном ядре протон в нейтрон, но не может превратить нейтрон в протон. Пользуясь этим свойством можно отличить ν_e от $\tilde{\nu}_e$.

6. Может ли частица K^0 переходить в античастицу $\tilde{K}^0$?
Решение.

Переходы $K^0 \leftrightarrow \tilde{K}^0$ в принципе возможны по слабому взаимодействию. При таких переходах странность изменяется на две единицы, ΔS=2, поэтому переходы происходят с очень малой вероятностью.

7. Странностью частицы называется косинус угла между векторами спина и импульса частицы. Для частиц со спином $1/2$ спиральность может принимать только два значения: ± 1, т. к. спин по любому направлению может иметь только две ориентации. Показать, что спиральность – релятивистски-инвариантная величина только для частиц массы, равной нулю.
Решение.

Предположим, что спиральность частицы положительна. Перейдя в систему координат, движущуюся со скоростью, большей скорости частицы. Тогда импульс частицы в движущейся системе координат будет иметь противоположное направление, а направление вектора спина не изменится. Это означает, что спиральность частицы в движущейся системе координат изменит знак и станет в данном случае отрицательной. Однако, такие рассуждения неприемлемы к частице с нулевой массой, т. к. она движется со скоростью света (c).

3) Кварковая модель адронов.

Кварки – частицы со спином $1/2$ - являются структурными элементами адронов.

Обычные барионы состоят из трех кварков qqq, антибарионы – из трех антикварков $\tilde{q}\tilde{q}\tilde{q}$,обычные мезоны – из пары кварк – антикварк $q\tilde{q}$. Известны кварки шести сортов (ароматов): u, d, s, c, b, t . Квантовые характеристики кварков приведены в Таблице:

Аромат	Квантовые числа								
q	B	J	I	I_3	s	c	b	t	Q
u	1/3	1/2	1/2	1/2	0	0	0	0	+2/3
d	1/3	1/2	1/2	- 1/2	0	0	0	0	-1/3
s	1/3	1/2	0	0	-1	0	0	0	-1/3
c	1/3	1/2	0	0	0	1	0	0	+2/3
b	1/3	1/2	0	0	0	0	-1	0	-1/3
t	1/3	1/2	0	0	0	0	0	-1	+2/3

Согласно квантовой хромодинамике сильные взаимодействия между кварками осуществляются путем обмена глюонами. Кварки существуют в трех цветовых состояниях, глюоны в восьми. Суммарный цветовой заряд адронов равен нулю, т. е. адроны бесцветные. Значение спина – четности глюона $J^p = 1^-$.

Электрический заряд кварков связан с другими их квантовыми характеристиками с помощью обобщенной формулы Гелл – Мана – Нишиджимы $Q/e = I_3 + \frac{B+s+c+b+t}{2}$, где B – барионный заряд; s,c,b,t – квантовые числа, определяющие аромат соответствующих кварков ; I_3 – третья проекция изотопического спина. Формула Гелл – Мана – Нишиджимы справедлива и для адронов, т. к. их квантовые характеристики Q, B, S, C, b, t получаются сложением соответствующих квантовых характеристик кварков.

В слабом взаимодействии в процессах, обусловленных заряженными токами, лептоны и адроны участвуют парами: $\begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix};\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu\end{pmatrix};\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau\end{pmatrix};\begin{pmatrix}u\\ d'\end{pmatrix};\begin{pmatrix}c\\ s'\end{pmatrix};\begin{pmatrix}t\\ b'\end{pmatrix}$, где d', s', b' - ортонормированные линейные комбинации $d-, s-, b$ - кварков.

Если $b' = b$, то $d' = d\cos\Theta_c + s\sin\Theta_c$; $c' = -d\sin\Theta_c + s\cos\Theta_c$, т. к. смешивание d и s – кварков характеризуется одним углом Θ_c. Его называют углом Кабибо.

1. Определить из каких кварков состоит октет барионов: $p, n, \Lambda^0, \Sigma^\pm, \Sigma^0, \Xi^0, \Xi^-$.

Решение.

$p - (uud)$, $\Sigma^0 - (uds)$,

$n - (ndd)$, $\Sigma^+ - (uus)$,

$\Lambda^0 - (uds)$, $\Xi^- - (dss)$,

$\Sigma^- - (dds)$, $\Xi^0 - (uss)$.

2. Построить из кварков а) декуплет барионов ($\Delta; \Sigma^*; \Xi^*; \Omega^-$). б) $\pi -$ и K - мезоны.

Решение.

а) $\Omega^- - (sss)$,

$\Xi^{*0}\Xi^* - (uss)(dss)$,

$\Sigma^{*+}\Sigma^{*0}\Sigma^* - (uus)(uds)(dds)$,

$\Delta^{*+}\Delta^+\Delta^0\Delta^- - (uuu)(uud)(udd)(ddd)$.

б) $\pi^+ - (u\tilde{d})$, $K^+ - (u\tilde{s})$

$\pi^0 - (u\tilde{u}, d\tilde{d}, s\tilde{s})$, $K^0 - (d\tilde{s})$,

$\pi^- - (\tilde{u}d)$, $K^- - (\tilde{u}s)$,

$\tilde{K}^0 - (\tilde{d}s)$.

3. Популептонные распады некоторых странных гиперонов обусловлены следующим процессом слабого распада странного кварка $s \to u + l + \tilde{\nu}_e$, в котором исходная странность уменьшается на единицу. Какие из перечисленных ниже распадов удовлетворяют этому правилу:

(1) $\Lambda^0 \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$

(2) $\Sigma^- \to n + e^- + \tilde{\nu}_e$

(3) $\Xi^- \to \Lambda^0 + e^- + \tilde{\nu}_e$

(4) $\Xi^- \to n + e^- + \tilde{\nu}_e$

(5) $\Xi^- \to \Sigma^0 + e^- + \tilde{\nu}_e$

(6) $\Xi^0 \to \Sigma^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$.

(7) $\Xi^0 \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$

(8) $\Omega^- \to \Xi^0 + e^- + \tilde{\nu}_e$

(9) $\Omega^- \to \Lambda^0 + e^- + \tilde{\nu}_e$

(10) $\Omega^- \to \Sigma^0 + e^- + \tilde{\nu}_e$

(11) $\Omega^- \to n + e^- + \tilde{\nu}_e$

Решение.

(1, 2, 3, 5, 6, 8).